Die Rangkorrelationskoeffizienten von Kendall und Spearman(Aufgabe 58) v. 1.1 16. März 2005

Allgemeines

Die Rangkorrelationskoeffizienten von Spearman und Kendall sind zwei Koeffizienten, die den Zusammenhang zweier ordinalskalierten Merkmale beschreiben. Der Spearmansche Rangkorrelationskoeffizient ist leichter zu berechnen, wird daher auch öfter verwendet. Der Vorteil des Kendallschen τ liegt darin, dass seine Verteilung bessere statistische Eigenschaften bietet und für kleine Stichprobenumfänge weniger empfindlich gegen Ausreißer-Rangpaare ist.

Spearmanscher Rangkorrelationskoeffizient

$$r_s = 1 - \frac{6\sum_1^n d_i^2}{n(n^2-1)} \qquad -1 \leq r_s \leq +1 \tag{1}$$

Sorte i	1	2	3	4	5	6	7
Geschmack	4	3	6	2	7	1	5
Bekömmlichkeit	3	7	4	1	6	2	5
Differenz d_i der Ränge	1	-4	2	1	1	-1	0
quadrierte Differenz d_i^2	1	16	4	1	1	1	0

$$r_s = 1 - \frac{6 \cdot 24}{7 \cdot 48} = 0.5714 \tag{2}$$

Kendalls τ

$$\tau = \frac{P-Q}{P+Q} \qquad -1 \leq \tau \leq +1 \tag{3}$$

$P = \sum_{i=1}^n p_i$ und $Q = \sum_{i=1}^n q_i$.

p_i bezeichnet die Anzahl der auf $R(y_i)$ **nachfolgenden** Rangzahlen, die **größer** sind als $R(y_i)$, q_i die Anzahl der auf $R(y_i)$ nachfolgenden Rangzahlen, die **kleiner** sind als $R(y_i)$.

Schritt 1 – Sortieren der Ränge nach Variable X 'Geschmack'

Sorte i	6	4	2	1	7	3	5
Geschmack	1	2	3	4	5	6	7
Bekömmlichkeit	2	1	7	3	5	4	6

Schritt 2 – Bestimmen der q_i und p_i anhand der Variablen Y

Sorte i	6	4	2	1	7	3	5
Geschmack	1	2	3	4	5	6	7
Bekömmlichkeit	2	1	7	3	5	4	6
q_i	1	0	4	0	1	0	0
p_i	5	5	0	3	1	1	0

Beispielhafte Bestimmung der p_i und q_i für die 1. und 5 Spalte:

Spalte 1 Der Wert für Bekömmlichkeit der ersten Spalte ist 2, in den nachfolgenden Spalten 2-7 dieser Variablen ist nur ein Wert (in Spalte 2), der kleiner ist als 2 ($\rightarrow q_i = 1$), aber 5 Werte, die größer sind ($\rightarrow p_i = 5$).

Spalte 5 Jeweils ein Wert der nachfolgenden Spalten ist kleiner bzw. größer.

Schritt 3 – Berechnung von τ

$Q = \sum_{i=1}^{n} q_i = 6$

$P = \sum_{i=1}^{n} p_i = 15$

$$\tau = \frac{P - Q}{P + Q} = \frac{15 - 6}{21} = 0.4285 \qquad (4)$$